Varianta 85

III.

13) a) Sunt 15 numere care verifică condițiile problemei.

b) $D+C+I=260 \Rightarrow 4I+6+4+I=260 \Rightarrow 5I=250 \Rightarrow I=50$, D=206.

14) a) $a \cdot b=\sqrt{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\sqrt{2}$.

b) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=2-\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}=2\sqrt{2}+4$.

c) $\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}=1+\sqrt{2} \Rightarrow \frac{b}{a}-\sqrt{2}=1 \in \mathbf{Q}$.

15) b) $A_{ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2=27\sqrt{3}\ \text{cm}^2 \Rightarrow AB=6\sqrt{3}$ cm. Se aplică teorema lui Pitagora în triunghiul DOM și obținem DM=5cm, M mijlocul segmentului BC.

c) $V=\frac{2}{3}(27\sqrt{3}+\frac{27\sqrt{3}}{4}+\frac{27\sqrt{3}}{2})=\frac{63\sqrt{3}}{2}\text{cm}^3$.

d) Fie $MS \perp AD$. Deoarece $BM \perp AM$ și $BM \perp DM$ rezultă $BM \perp (ADM)$.Din teorema celor 3 perpendiculare rezultă $BS \perp AD$. Deci unghiul căutat este MSB. $\text{tg}(\sphericalangle MSB)=\frac{3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{13}}{4\cdot 9}=\frac{\sqrt{39}}{6}$.