Varianta 66

III.

13. a) $\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}=(100\cdot x+10\cdot y+z)+(100\cdot y+10\cdot z+x)+(100\cdot z+10\cdot x+y)=$
$=111\cdot x+111\cdot y+111\cdot z=111\cdot(x+y+z)$ număr divizibil cu 111

b) $\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}=111\cdot(x+y+z)=3\cdot 37\cdot(x+y+z)$

Dar $(x+y+z)\le 27=3\cdot 9<3\cdot 37$**,** deci $\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}$ nu este pătrat perfect.

14. a) $3x^2-4x+1=0$ care are soluțiile $x_1=1$ și $x_2=\frac{1}{3}$.

b) $E(x)=x^2+x-1 \Rightarrow |x-1|+|x^2-1|=0 \Rightarrow |x-1|+|x-1|\cdot|x+1|=0 \Rightarrow |x-1|\cdot(1+|x+1|)=0$.

Deoarece $1+|x+1|>0 \Rightarrow |x-1|=0 \Rightarrow x=1$.

c) $E(x)=4x^2+4x+5=4x^2+4x+1+4=(2x+1)^2+4\ge 4$. Așadar valoarea minimă a expresiei este 4.

15. b) $d(A',BD)=A'O=3\sqrt{6}$ cm.

c) $ABCD$ pătrat și $AM=BN=CP=DQ$ rezultă: $MB=CN=DP=AQ$.

Triunghiurile dreptunghice AMQ, BNM, CPN și DQP sunt congruente, având catetele congruente.

Rezultă: $MN=NP=PQ=QM \Rightarrow MNPQ$ romb.

Dar $\Delta AMQ\equiv\Delta BNM \Rightarrow A\hat{Q}M\equiv N\hat{M}B \Rightarrow m(A\hat{M}Q)+m(N\hat{M}B)=m(A\hat{M}Q)+m(A\hat{Q}M)=90^\circ$

$\Rightarrow m(Q\hat{M}N)=90^\circ \Rightarrow MNPQ$ pătrat.

d) $V_{O'MNPQ}=\frac{OO'\cdot A_{MNPQ}}{3}=40\text{ cm}^3$. $V_{ABCDA'B'C'D'}=AB^3=216\text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{V_{ABCDA'B'C'D'}}{V_{O'MNPQ}}=\frac{216}{40}=\frac{27}{5}$.