Varianta 52

III.

13. a) Fie *a* şi *b* cele două numere. $\begin{cases} a+b=48 \\ a=3b+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b+4=48 \\ a=3b+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=37 \\ b=11 \end{cases}$.

b) $a + b = 48$

$(a, b) = 6 \Rightarrow a = 6 \cdot a_1;\ b = 6 \cdot b_1;\ (a_1, b_1) = 1 \Rightarrow a + b = 6 \cdot (a_1 + b_1) \Rightarrow a_1 + b_1 = 8$.

Deci: $a_1 = 1, b_1 = 7 \Rightarrow a = 6, b = 42$ sau $a_1 = 3, b_1 = 5 \Rightarrow a = 18, b = 30$.

14. a) $f(0) = 1 \Rightarrow M(0; 1) \in G_f$, $f(-1) = 0 \Rightarrow N(-1; 0) \in G_f$. Reprezentarea grafică este dreapta *MN*.

b) $f(0) + f(1) + f(2) + ... + f(2005) = 1 + 2 + 3 + ... + 2006 = (2007 \cdot 2006) : 2$

$2007 + 2 \cdot [f(0) + f(1) + f(2) + ... + f(2005)] = 2007 + 2006 \cdot 2007 = 2007^2$.

c) Observăm că $f(1) = 2$ şi $f(-2) = -1$. Deci punctele $A(1; 2)$ şi $B(-2; -1)$ aparțin graficului funcției *f*. $MA + MB$ este minimă dacă $M \in (AB)$. Deci: $\{M\} = G_f \cap Oy \Rightarrow M(0; 1)$.

15. b) În ΔAQB şi $\Delta A'QB'$ triunghiuri dreptughice isoscele, aplicăm teorema lui Pitagora şi obținem $BQ = 9\sqrt{2}$ cm, respectiv $B'Q = 3\sqrt{2}$ cm.În $\Delta B'QB$ avem: $BB'^2 = BQ^2 + B'Q^2$, $BB' = 6\sqrt{5}$ cm.

c) $\Delta BQB'$ este dreptunghic: $A_{BQB'} = \dfrac{BQ \cdot B'Q}{2} = \dfrac{9\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 27$ cm^2.

d) Fie $\{V\} = AA' \cap BB'$. Măsura unghiului determinat de dreptele *AA'* şi *BB'* este egală cu măsura unghiului *AVB*. $\sin(A\hat{V}B) = \dfrac{4}{5}$.