Varianta 19

III.

13. a) $\begin{cases} \dfrac{a+24}{b-32}=1 \\ a+b=156 \end{cases}$, de unde a = 50, iar b = 106.

b) $m_p = \dfrac{50\cdot 3+106\cdot 2}{3+2} = \dfrac{362}{5} = 72,4$.

14. a) $G_f = \{A(0;-1); B(4;0); C(8;1)\}$.

b) $N(8;1) \in G_f$ pentru că $f(8)=1$; $M(4;-1) \notin G_f$ pentru că $f(4)=0 \neq -1$; $P(12;2) \notin G_f$ pentru că $12 \notin \{0;4;8\}$.

c) $f(x) > 2x-8 \Rightarrow \dfrac{1}{4}x - 1 > 2x-8 \Rightarrow 7 > \dfrac{7}{4}x \Rightarrow x<4 \Rightarrow x=0$ pentru că $x \in \{0;4;8\}$.

15. b) $A_{lat} = 4\cdot A_{\Delta VAB} = 4\cdot\dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

c) Conform Reciprocei Teoremei lui Pitagora în triunghiul $VBD \Rightarrow VB \perp VD$.

d) Construim $d \parallel AB \parallel CD$ prin V, $VM \perp AB, M \in AB$ şi $VN \perp CD, N \in CD$. Deci $VM \perp d$, $VN \perp d$ şi $d = (VAB) \cap (VCD)$. Atunci unghiul format de planele VAB şi VDC este $\sphericalangle MVN$.

Fie $\{O\} = AC \cap BD$. $VM = 3\sqrt{3}$ cm, $VO = 3\sqrt{2}$ cm, deci $\dfrac{3\sqrt{2}\cdot 6}{2} = \dfrac{(3\sqrt{3})^2\cdot\sin(\sphericalangle MVN)}{2}$. În final,

În final, $\sin(\sphericalangle MVN) = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.