



**FIȘĂ RECAPITULATIVĂ –EVALUAREA NAȚIONALĂ 2016
PROBLEME DE GEOMETRIE ÎN SPAȚIU**

prof. GOBEJ ADRIAN

SUBIECTUL 1 (SIMULARE EN 24 februarie 2015)

În Figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 8$ cm și $AB = 8$ cm. Punctele E și F sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv BC . Punctul M este situat pe muchia VB astfel încât $EM \perp VB$.

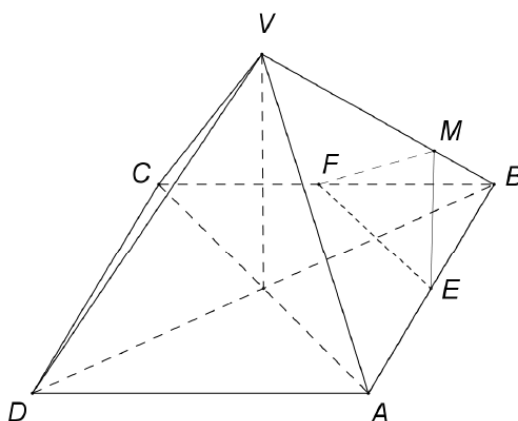


Figura 3

- 5p a) Calculați aria triunghiului BEF .
5p b) Determinați măsura unghiului format de dreapta VD cu planul (ABC) .
5p c) Demonstrați că muchia VB este perpendiculară pe planul (EMF) .

BAREM SUBIECTUL 1 (SIMULARE EN 24 februarie 2015)

a) $BE = BF = 4$ cm	2p
$\mathcal{A}_{\triangle BEF} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$	3p
b) $\{O\} = AC \cap BD$, $VO \perp (ABC)$ și $D \in (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(VD, (ABC))) = m(\sphericalangle(VD, DO)) = m(\sphericalangle VDO)$	2p
$BD = 8\sqrt{2} \Rightarrow \triangle VBD$ dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle VDO) = 45^\circ$	3p
c) $BE = BF$, $\sphericalangle MBE \equiv \sphericalangle MBF$ și MB latură comună $\Rightarrow \triangle MEB \equiv \triangle MFB$ (LUL)	2p
$m(\sphericalangle BMF) = 90^\circ$, deci $FM \perp VB$ și cum $EM \perp VB$ și $FM \cap EM = \{M\} \Rightarrow VB \perp (EMF)$	3p

SUBIECTUL 2 (MODEL OFICIAL EN 2015)

În *Figura 3* este reprezentat un con circular drept cu înălțimea VO , $VO = 12$ cm. Segmentul AB este diametru al bazei conului și $VA = 15$ cm.

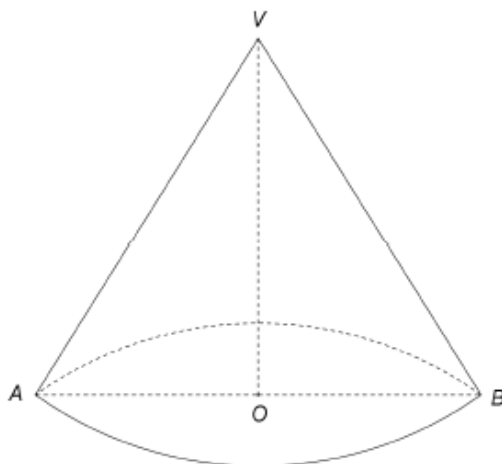


Figura 3

- 5p a) Arătați că volumul conului circular drept este egal cu 324π cm³.
 5p b) Calculați valoarea sinusului unghiului format de generatoarea conului cu planul bazei.
 5p c) Conul se secționează cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria secțiunii formate este egală cu 9π cm². Determinați distanța de la punctul V la planul de secțiune.

BAREM SUBIECTUL 2 (MODEL OFICIAL EN 2015)

a) $AO = 9$ cm $\Rightarrow \mathcal{A}_{\text{bazei}} = 81\pi$ cm ²	3p
$V_{\text{con}} = \frac{81\pi \cdot 12}{3} = 324\pi$ cm ³	2p
b) Notăm cu α planul bazei conului: $VO \perp \alpha \Rightarrow m(\sphericalangle(VA, \alpha)) = m(\sphericalangle VAO)$	2p
$\sin(\sphericalangle VAO) = \frac{VO}{VA} = \frac{4}{5}$	3p
c) $\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$ cm, unde r este raza secțiunii	2p
$\frac{VO'}{VO} = \frac{r}{AO}$, unde VO' este distanța de la punctul V la planul de secțiune, de unde $VO' = 4$ cm	3p

SUBIECTUL 3 (SESIUNEA SPECIALA EN 16.05.2015)

În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu înălțimea de 4m și latura bazei de 8m.

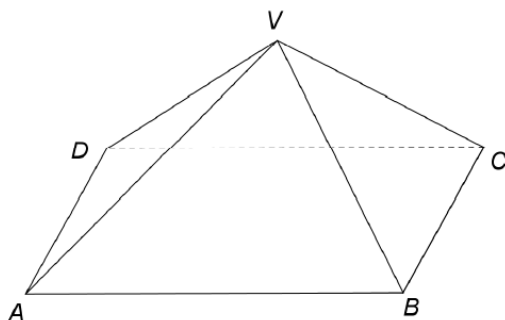


Figura 3

- 5p a) Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 32m.
- 5p b) Arătați că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu $64\sqrt{2} \text{ m}^2$.
- 5p c) Determinați măsura unghiului dintre planul unei fețe laterale a piramidei și planul bazei.

BAREM SUBIECTUL 3 (SESIUNEA SPECIALA EN 16.05.2015)

a) $P_{ABCD} = 4 \cdot AB =$ $= 4 \cdot 8 = 32 \text{ m}$	3p 2p
b) M este mijlocul segmentului BC și $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow \Delta VMO$ dreptunghic în O , de unde obținem $VM = 4\sqrt{2} \text{ m}$ $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 64\sqrt{2} \text{ m}^2$	2p 3p
c) $(VBC) \cap (ABC) = BC$, $VM \perp BC$, $VM \subset (VBC)$ și $OM \perp BC$, $OM \subset (ABC) \Rightarrow$ $\Rightarrow m(\angle((VBC), (ABC))) = m(\angle VMO)$ ΔVMO dreptunghic în O , $VO = 4 \text{ m}$, $OM = 4 \text{ m} \Rightarrow m(\angle VMO) = 45^\circ$	3p 2p

SUBIECTUL 4 (SESIUNEA STANDARD 24.06.2015)

În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 3\sqrt{5}$ dm și $AB = 6$ dm. Punctul M este mijlocul laturii AD .

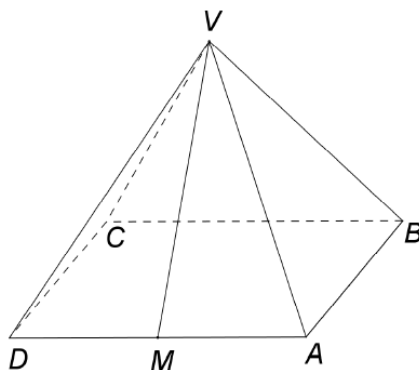


Figura 3

- 5p a) Arătați că $VM = 6$ dm.
- 5p b) Calculați câte grame de vopsea sunt necesare pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei, știind că pentru vopsirea unei suprafețe de un decimetru pătrat se folosesc 30 grame de vopsea.
- 5p c) Demonstrați că sinusul unghiului dintre planele (VAD) și (VBC) este egal cu $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

BAREM SUBIECTUL 4 (SESIUNEA STANDARD 24.06.2015)

a) $AM = 3$ dm	2p
$VM^2 = VA^2 - AM^2 \Rightarrow VM = 6$ dm	3p
b) $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \frac{P_{ABCD} \cdot VM}{2} = 72 \text{ dm}^2$	3p
Cantitatea de vopsea necesară pentru vopsirea suprafeței laterale este $72 \cdot 30 = 2160$ g	2p
c) $AD \subset (VAD)$, $BC \subset (VBC)$ și $AD \parallel BC \parallel d$, unde $d = (VAD) \cap (VBC)$	1p
N este mijlocul lui $(BC) \Rightarrow VN \perp BC$ și cum $VM \perp AD$, obținem	2p
$m(\sphericalangle((VAD), (VBC))) = m(\sphericalangle(VM, VN))$	
ΔVMN echilateral $\Rightarrow \sin(\sphericalangle MVN) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	2p

SUBIECTUL 5 (SUBIECT DE REZERVĂ EN 24.06.2015)

În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu înălțimea VO , $BC = 12\text{ cm}$ și $VM = 6\text{ cm}$, unde punctul M este mijlocul segmentului BC .

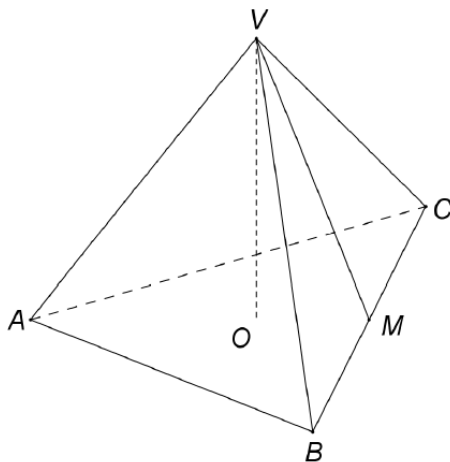


Figura 3

- 5p** a) Arătați că aria triunghiului VBC este egală cu 36 cm^2 .
5p b) Calculați volumul piramidei $VABC$.
5p c) Demonstrați că dreptele VA și VM sunt perpendiculare.

BAREM SUBIECTUL 5 (SUBIECT DE REZERVĂ EN 24.06.2015)

a) $\mathcal{A}_{\Delta VBC} = \frac{BC \cdot VM}{2} =$	2p
$= \frac{12 \cdot 6}{2} = 36\text{ cm}^2$	3p
b) $OM = \frac{1}{3} AM = 2\sqrt{3}\text{ cm} \Rightarrow VO = 2\sqrt{6}\text{ cm}$	2p
$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 36\sqrt{3}\text{ cm}^2 \Rightarrow V_{\text{piramidă}} = \frac{36\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}}{3} = 72\sqrt{2}\text{ cm}^3$	3p
c) VM este mediană în ΔVBC și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow \Delta VBC$ este dreptunghic în V	2p
$VABC$ este piramidă triunghiulară regulată, deci $VA \perp VB$ și $VA \perp CV$ și cum $\{V\} = VB \cap CV$, obținem $VA \perp (VBC)$. Deoarece $VM \subset (VBC)$, obținem $VA \perp VM$	3p

SUBIECTUL 6 (SUBIECT SIMULARE EN 19.02.2014)

În *Figura 3* este reprezentat schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Înălțimea piramidei este $VO = 3\sqrt{2}$ m, iar muchia laterală este $VA = 6$ m.

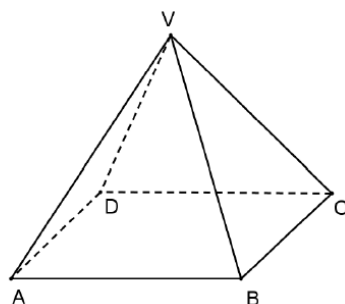


Figura 3

- 5p a) Verificați dacă $AB = 6$ m.
- 5p b) Determinați măsura unghiului format de planele (VAC) și (VBD) .
- 5p c) Demonstrați că dreptele DM și AN sunt coplanare, știind că M este mijlocul muchiei BV și N este mijlocul muchiei CV .

BAREM SUBIECTUL 6 SUBIECT SIMULARE EN 19.02.2014)

a) $OA = 3\sqrt{2}$ m	2p
$AC = 6\sqrt{2} \Rightarrow AB = 6$ m	3p
b) $(VAC) \cap (VBD) = VO$, $AC \perp VO$ și $AC \subset (VAC)$, $BD \perp VO$ și $BD \subset (VBD)$	3p
$m(\sphericalangle((VAC), (VBD))) = m(\sphericalangle(AC, BD)) = 90^\circ$	2p
c) MN linie mijlocie în triunghiul $VBC \Rightarrow MN \parallel BC$	2p
$BC \parallel AD \Rightarrow MN \parallel AD \Rightarrow$ punctele A, D, N și M coplanare, deci DM și AN sunt coplanare	3p

SUBIECTUL 7 (SUBIECT MODEL OFICIAL 2014)

În Figura 3 este reprezentat schematic un cort în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$, în care $VA = AB = 4$ m. Intersecția diagonalelor AC și BD se notează cu O .

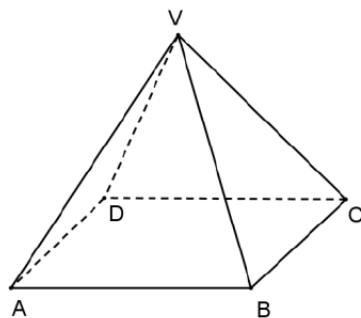


Figura 3

- 5p a) Arătați că $OA = OV$.
- 5p b) Calculați câți metri pătrați de pânză sunt necesari pentru confecționarea cortului, știind că toate fețele sunt din pânză, inclusiv podeaua. Se neglijează pierderile de material.
- 5p c) Determinați distanța de la punctul O la o față laterală a piramidei patrulatere regulate $VABCD$.

BAREM SUBIECTUL 7 (SUBIECT MODEL OFICIAL 2014)

a) $OA = 2\sqrt{2}$ m	2p
$VA^2 = VO^2 + OA^2 \Rightarrow OV = 2\sqrt{2}$ m $\Rightarrow OA = OV$	3p
b) Lungimea apotemei piramidei este egală cu $2\sqrt{3}$ m	2p
$\mathcal{A}_b = l^2 = 16\text{ m}^2$	1p
$\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = 16\sqrt{3}\text{ m}^2$	1p
$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_b + \mathcal{A}_l = 16 + 16\sqrt{3} = 16(1 + \sqrt{3})\text{ m}^2$	1p
c) $d(O, (VBC)) = OM$, unde M este piciorul perpendicularei duse din O pe VN , iar N este mijlocul laturii BC	3p
$OM = \frac{OV \cdot ON}{VN} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ m	2p

SUBIECTUL 8 (SUBIECT SESIUNEA SPECIALA 2014)

2. Dintr-o bucată de lemn se sculpează o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, reprezentată schematic în *Figura 3*. Piramida are înălțimea de 4 dm, iar baza $ABCD$ are latura $AB = 6$ dm.

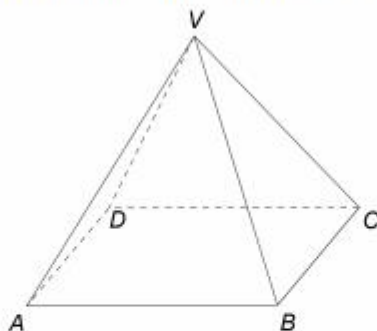


Figura 3

- 5p a) Calculați aria bazei piramidei $VABCD$.
- 5p b) Fețele laterale ale piramidei se vopsesc. Arătați că aria suprafeței vopsite este egală cu 60 dm^2 .
- 5p c) Bucata de lemn din care s-a sculpat piramida $VABCD$ avea forma unei prisme drepte cu baza $ABCD$ și înălțimea de 4 dm. Determinați cât la sută din volumul lemnului îndepărtat pentru obținerea piramidei este reprezentat de volumul piramidei.

BAREM SUBIECTUL 8 (SUBIECT SESIUNEA SPECIALA 2014)

a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	2p
$= 36 \text{ dm}^2$	3p
b) Apotema piramidei este $a_p = 5 \text{ dm}$	2p
$\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \frac{P_{\text{bazei}} \cdot a_p}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 60 \text{ dm}^2$	3p
c) $V_{\text{prismă}} = 3 \cdot V_{\text{piramidă}} \Rightarrow V_{\text{lemn îndepărtat}} = V_{\text{prismă}} - V_{\text{piramidă}} = 2 \cdot V_{\text{piramidă}}$	3p
$V_{\text{piramidă}} = \frac{P}{100} \cdot V_{\text{lemn îndepărtat}} \Rightarrow p = 50$, deci volumul piramidei reprezintă 50% din volumul lemnului îndepărtat	2p

SUBIECTUL 9 (SUBIECT SESIUNEA IUNIE 2014)

În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB = 20\text{cm}$ și $AE = 10\text{cm}$. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

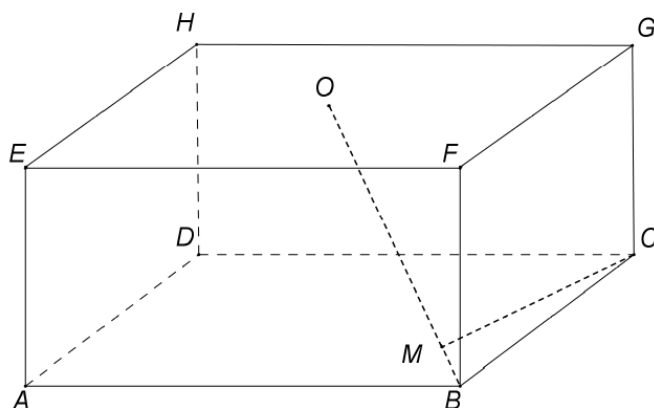


Figura 3

- 5p** a) Calculați volumul cutiei.
- 5p** b) Aria suprafeței cartonului folosit pentru confecționarea cutiei reprezintă 110% din aria totală a cutiei. Determinați câți centimetri pătrați de carton au fost folosiți pentru confecționarea cutiei.
- 5p** c) Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

BAREM SUBIECTUL 9 (SUBIECT SESIUNEA IUNIE 2014)

a) $V_{\text{cutie}} = 20 \cdot 20 \cdot 10 =$	3p
$= 4000\text{cm}^3$	2p
b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 400\text{cm}^2$ și $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 800\text{cm}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{totală}} = 1600\text{cm}^2$	3p
Au fost folosiți pentru confecționarea cutiei $\frac{110}{100} \cdot 1600 = 1760\text{cm}^2$ de carton	2p
c) $CM \perp BO \Rightarrow CM \cdot BO = d(O, BC) \cdot BC$	2p
$BO = 10\sqrt{3}$ și $d(O, BC) = 10\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}\text{cm}$	3p

SUBIECTUL 10 (SUBIECT REZERVA IUNIE 2014)

Acoperișul unei clădiri, reprezentat schematic în *Figura 3*, are forma unei prisme drepte $ABCDEF$ cu $AD=10$ m, $AB=6$ m și cu bazele triunghiuri echilaterale.

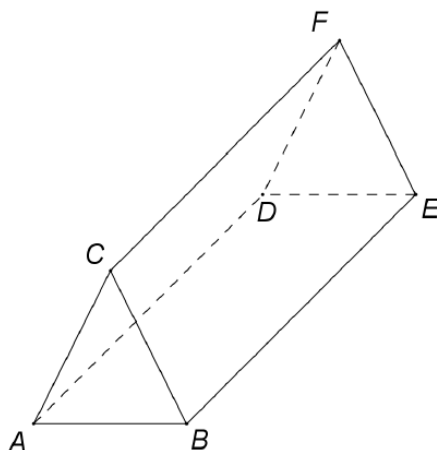


Figura 3

- 5p** a) Arătați că distanța de la C la AB este egală cu $3\sqrt{3}$ m .
5p b) Calculați volumul prisme $ABCDEF$.
5p c) Suprafețele $ADFC$ și $BEFC$ au fost acoperite cu tablă. Aria suprafeței de tablă care a fost cumpărată reprezintă 110 % din aria suprafeței care a fost acoperită cu tablă. Determinați câți metri pătrați de tablă s-au cumpărat.

BAREM SUBIECTUL 10 (SUBIECT REZERVA IUNIE 2014)

a) Distanța de la C la AB este egală cu înălțimea triunghiului echilateral $\triangle ABC$	2p
$d(C, AB) = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 3\sqrt{3}$ m	3p
b) $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 9\sqrt{3}$ m ²	2p
$V_{\text{prismă}} = AD \cdot \mathcal{A}_{\triangle ABC} = 90\sqrt{3}$ m ³	3p
c) Aria suprafețelor acoperite cu tablă este $2 \cdot \mathcal{A}_{BEFC} = 120$ m ²	2p
S-au cumpărat $\frac{110}{100} \cdot 120 = 132$ m ² de tablă	3p

SUBIECTUL 11 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 1 - 2014)

În *Figura 3* este reprezentat schematic un acvariu în formă de prismă dreaptă, cu baza pătrat, care are latura bazei de 8 dm și muchia laterală de 5 dm. Fețele laterale ale acvariului sunt confecționate din sticlă. Baza acvariului este confecționată dintr-un alt material. Acvariul nu se acoperă. În acvariu se află apă până la înălțimea de 4 dm (se neglijează grosimea sticlei).

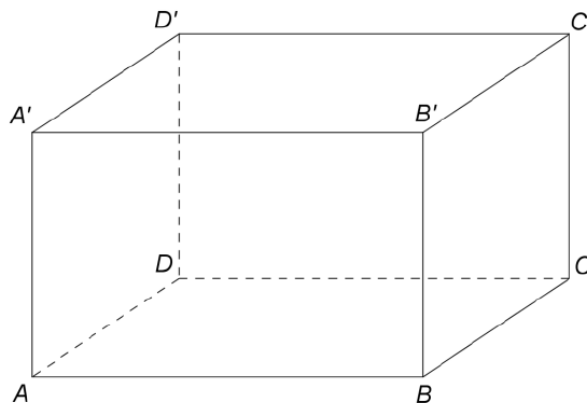


Figura 3

- 5p a) Calculați câți litri de apă sunt în acvariu.
 5p b) Calculați câți metri pătrați de sticlă sunt necesari pentru confecționarea a 100 de acvarii care au dimensiunile precizate în enunț.
 5p c) Arătați că, în orice moment, distanța dintre doi pești din acvariu este mai mică sau egală cu 12 dm.

BAREM SUBIECTUL 11 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 1 - 2014)

a) $V_{apă} = 8 \cdot 8 \cdot 4 = 256 \text{ dm}^3$	3p
$256 \text{ dm}^3 = 256 \text{ de litri}$	2p
b) $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 160 \text{ dm}^2 = 1,6 \text{ m}^2$	3p
$100 \cdot 1,6 = 160 \text{ m}^2 \text{ de sticlă}$	2p
c) Cea mai mare distanță dintre două puncte ale paralelipipedului dreptunghic determinat de apă este lungimea diagonalei d a acestuia	3p
$d = 12 \text{ dm}$	2p

SUBIECTUL 12 (SUBIECT MODEL SUPLEMENTAR 2 - 2014)

În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie din carton, în formă de paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile bazei de 60 cm și de 40 cm, iar înălțimea de 50 cm (se neglijează grosimea cartonului).

- 5p a) Calculați câți metri pătrați de carton sunt necesari pentru a confecționa cutia.
 5p b) Verificați dacă în cutie încap 125 de cuburi egale, fiecare având muchia de 10 cm.
 5p c) Pe fețele laterale ale cutiei $ABCD A' B' C' D'$, între punctul A și punctul C' , se aplică o bandă adezivă de lungime minimă. Calculați lungimea benzii aplicate.

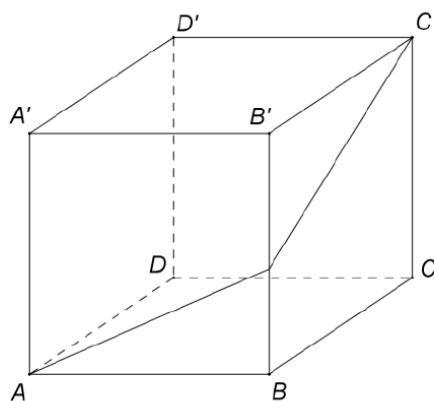


Figura 3

BAREM SUBIECTUL 12 (SUBIECT MODEL SUPLEMENTAR 2 - 2014)

a) $A_{\text{totală cutie}} = 2(60 \cdot 40 + 60 \cdot 50 + 40 \cdot 50) = 14800 \text{ cm}^2 =$	3p
$= 1,48 \text{ m}^2$	2p
b) $V_{\text{cutie}} = 120000 \text{ cm}^3$ și $V_{\text{cub}} = 1000 \text{ cm}^3$	2p
În cutie încap cel mult $120000 : 1000 = 120$ de cuburi, deci nu încap 125 de cuburi	3p
c) Cea mai mică distanță dintre punctele A și C' este lungimea diagonalei unui dreptunghi cu dimensiunile de $60 + 40 = 100 \text{ cm}$ și 50 cm	2p
Lungimea minimă a benzii aplicate este egală cu $50\sqrt{5} \text{ cm}$	3p

SUBIECTUL 13 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 3 - 2014)

În *Figura 3* este reprezentată schematic o piscină în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu dimensiunile bazei de 50 m și 25 m. Adâncimea piscinei este de 2,5 m.

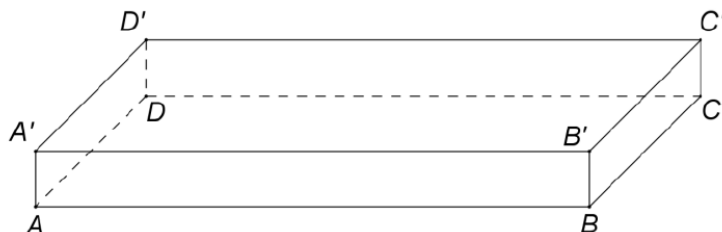


Figura 3

- 5p a) Calculați câți litri de apă sunt necesari pentru a umple complet piscina.
- 5p b) Calculați numărul minim de plăci de faianță, în formă de pătrat cu latura de 50 cm, necesare pentru a acoperi pereții laterali ai piscinei.
- 5p c) Arătați că cea mai mică distanță dintre orice punct situat pe marginea superioară a piscinei și centrul bazei $ABCD$ a piscinei este mai mică de 13 m.

BAREM SUBIECTUL 13 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 3 - 2014)

a) $V_{\text{piscină}} = 50 \cdot 25 \cdot 2,5 = 3\,125 \text{ m}^3 =$ $= 3\,125\,000 \text{ de litri}$	3p 2p
b) $\mathcal{A}_{\text{laterală piscină}} = 2 \cdot (50 + 25) \cdot 2,5 = 375 \text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{\text{placă}} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ m}^2$, deci numărul minim de plăci este egal cu $375 : 0,25 = 1500$	2p 3p
c) Punctele de pe marginea superioară a bazinului, situate la cea mai mică distanță față de centrul bazei $ABCD$ a piscinei, sunt mijloacele laturilor $A'B'$ și $C'D'$ Distanța minimă este egală cu $\sqrt{12,5^2 + 2,5^2} = \sqrt{162,5} < \sqrt{169} = 13 \text{ m}$	2p 3p

SUBIECTUL 14 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 4 - 2014)

În Figura 3 este reprezentată schematic o cutie în formă de cub $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de 60 cm. Capacul $ABCD$ se poate roti în jurul muchiei BC .

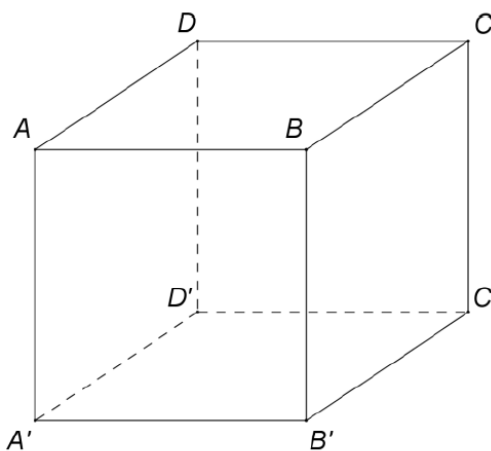


Figura 3

- 5p a) Calculați aria totală a cutiei.
- 5p b) Determinați numărul maxim de cubulețe cu muchia de 4 cm, care pot fi așezate în cutie, astfel încât capacul ei să se poată închide.
- 5p c) Deschidem capacul cutiei în poziția $BCMN$, astfel încât $m(\angle ABN) = 45^\circ$ și îl fixăm cu tija AN . Arătați că lungimea tijei este mai mare de $30\sqrt{2}$ cm.

BAREM SUBIECTUL 14 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 4 - 2014)

a) $A_{\text{unei fețe}} = 3600 \text{ cm}^2$	2p
$A_{\text{totală}} = 6 \cdot 3600 = 21600 \text{ cm}^2$	3p
b) $V_{\text{cutie}} = 216000 \text{ cm}^3$	2p
$V_{\text{cubuleț}} = 64 \text{ cm}^3$, deci numărul maxim de cubulețe este egal cu $216000 : 64 = 3375$	3p
c) $\triangle ABP$ este dreptunghic isoscel cu $AP = BP = 30\sqrt{2}$ cm, unde $AP \perp BN$, $P \in BN$	2p
În $\triangle APN$ dreptunghic, AN este ipotenuză $\Rightarrow AN > AP = 30\sqrt{2}$ cm	3p

SUBIECTUL 15 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 5 - 2014)

Figura 3 reprezintă schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$, cu muchia laterală $VA = 26\text{m}$ și latura bazei $AB = 20\text{m}$.

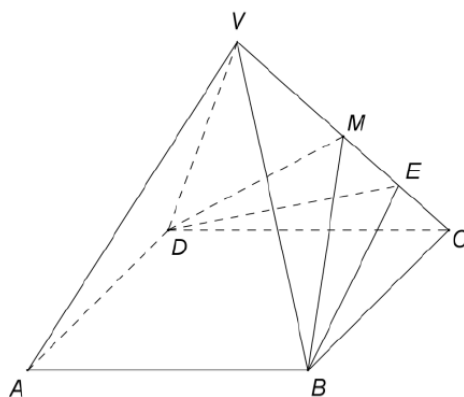


Figura 3

- 5p** a) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$.
- 5p** b) Un alpinist utilitar se deplasează din punctul B spre muchia CV pe drumul cel mai scurt $[BE]$. Arătați că dreptele DE și CV sunt perpendiculare.
- 5p** c) Pentru efectuarea unor reparații, alpinistul utilitar parcurge, în linie dreaptă, traseul de la punctul E la punctul $M \in (CV)$ astfel încât $CM = \frac{200}{13}\text{m}$ și apoi parcurge traseul de la punctul M la punctul D . Calculați lungimea traseului $EM + MD$.

BAREM SUBIECTUL 15 (SUBIECT MODEL SUPLIMENTAR 4 - 2014)

a) Apotema piramidei este de 24m	2p
$A_{\text{laterală}} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 24}{2} = 960\text{m}^2$	3p
b) $BE \perp CV$	2p
$\triangle BEC \equiv \triangle DEC \Rightarrow \sphericalangle DEC \equiv \sphericalangle BEC \Rightarrow DE \perp CV$	3p
c) $BE = \frac{240}{13} \Rightarrow CE = \frac{100}{13}$	2p
$BE \perp CM, CE = EM \Rightarrow MB = CB = 20\text{m}$	2p
$\triangle BMC \equiv \triangle DMC \Rightarrow MB = MD \Rightarrow EM + DM = \frac{360}{13}\text{m}$	1p