

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022 - 2023

Matematică

Iunie

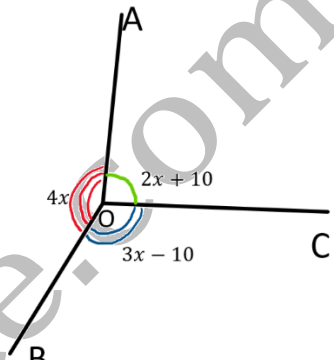
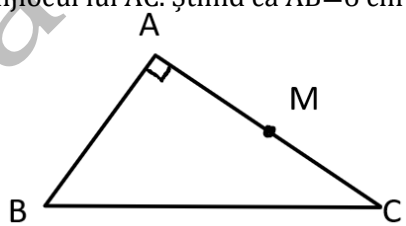
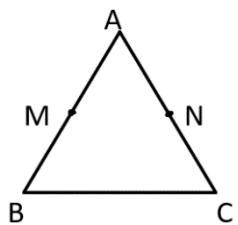
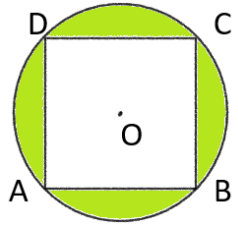
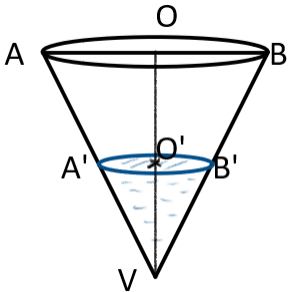
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

Subiectul I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect

30 puncte

5p	1. Rezultatul calculului $3^0 + 2 \cdot \frac{6^2}{4} - 9$ este a) 9 ☒ b) 10 c) 11 d) 12										
5p	2. Dacă $\frac{a}{5} = \frac{3}{2}$ atunci numărul $\frac{a+7}{5}$ este egal cu: a) 1,7 b) 2,7 ☒ c) 2,9 d) 3,4										
5p	3. Într-o urnă sunt 20 bile, roșii, verzi și galbene. Dacă probabilitatea de a extrage o bilă verde este $\frac{1}{4}$ atunci numărul bilelor verzi este: a) 4 ☒ b) 5 c) 6 a) 7										
5p	4. Fie punctele A(-1;2) și B(2;6). Lungimea segmentului AB este(u.m.-unități de măsură) a) 2 u.m. b) 3 u.m. c) 4 u.m. ☒ d) 5 u.m.										
5p	5. Patru elevi rezolvă ecuația $2x^2 + 6x + 4 = 0$. Suma celor două soluții obținute este scrisă în tabelul de mai jos. Cel care a obținut rezultatul corect este ☒ a) Alin b) Daria c) Riana d) Cristi										
	<table><tr><td>Alin</td><td>Daria</td><td>Riana</td><td>Cristi</td></tr><tr><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td></tr></table>	Alin	Daria	Riana	Cristi	-3	-2	-1	0		
Alin	Daria	Riana	Cristi								
-3	-2	-1	0								
5p	6. Mai jos este prezentată evoluția prețului monedei euro în lei la vânzare pe parcursul a 5 zile. Cristi a cumpărat miercuri 30 euro și joi 20 euro. În total Cristi a plătit: a) 258,3 lei b) 252,4 lei c) 250 lei ☒ d) 248,3 lei										
	pret euro <table><tr><td>Luni</td><td>Marti</td><td>Miercuri</td><td>Joi</td><td>Vineri</td></tr><tr><td>4.92</td><td>4.95</td><td>4.97</td><td>4.96</td><td>4.98</td></tr></table>	Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri	4.92	4.95	4.97	4.96	4.98
Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri							
4.92	4.95	4.97	4.96	4.98							

5p	1. În figura de mai jos punctele A, B și C sunt coliniare și $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$. Dacă $AC=12$ cm atunci BC este a) 9 cm ☒ b) 8 cm c) 6 cm d) 3 cm	
5p	2. În imaginea de mai jos unghiurile $AOB=4x$, $BOC=3x-10$ și $COA=2x+10$ acoperă tot planul. Măsura unghiului BOC este a) 150° ☒ b) 130° c) 120° d) 110°	
5p	3. În figura de mai jos ABC este un triunghi dreptunghic în A și M mijlocul lui AC. Știind că $AB=6$ cm și $BC=10$ cm, aria triunghiului BMC este a) 6 cm^2 ☒ b) 12 cm^2 c) 18 cm^2 d) 24 cm^2	
5p	4. Triunghiul echilateral ABC de mai jos are latura de 4 cm. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor AB respectiv AC atunci aria patrulaterului MNCB este a) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ☒ b) $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ c) $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$ d) $\sqrt{3} \text{ cm}^2$	
5p	5. În figura alăturată este reprezentată o grădină sub formă de cerc cu diametrul de 6 m. Dacă pătratul înscris în cerc este zonă cu flori și restul suprafeței reprezintă gazon atunci aria gazonului este a) $9(3\pi-1) \text{ m}^2$ ☒ b) $18(\pi-1) \text{ m}^2$ c) $9(\pi-2) \text{ m}^2$ d) $6(\pi-3) \text{ m}^2$	
5p	6. O cupă în formă de con circular drept cu vârful în jos este umplută până la jumătatea înălțimii cu apă. Se știe că diametrul cercului bazei este 20 cm iar înălțimea conului de 12 cm. Din cupa lipsesc ☒ a) $350\pi \text{ cm}^3$ b) $50\pi \text{ cm}^3$ c) $400\pi \text{ cm}^3$ d) $150\pi \text{ cm}^3$	

Subiectul III

Scrieți rezolvările complete

30 puncte

2p	1. Un turist parcurge un drum astfel: în prima zi parcurge o treime din drum, în a doua zi jumătate din drumul rămas plus încă 10 km iar în a treia zi restul de 20 km. a) Este posibil ca lungimea drumului să fie 96 km? Justificați răspunsul $\frac{1}{3} \cdot 96 \text{ km} = 32 \text{ km (prima zi)} \quad 32 \text{ km} + 10 = 42 \text{ km (a doua zi)}$ $96 \text{ km} - 32 \text{ km} = 64 \text{ km}$ $\frac{1}{2} \cdot 64 \text{ km} = 32 \text{ km}$ $32 \text{ km} + 42 \text{ km} + 20 \text{ km} = 94 \text{ km}$ $94 \text{ km} \neq 96 \text{ km}$ drumul nu poate avea 96 km
3p	b) Aflați lungimea drumului parcurs de turist. <u>I</u> $\frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{3}$ notăm cu x lungimea drumului <u>II</u> $\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3} + 10 = \frac{x}{3} + 10 \text{ km}$ $2x + 30 \text{ km} = 3x$ <u>III</u> 20 km $30 \text{ km} = 3x - 2x$ $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + 10 \text{ km} + 20 \text{ km} = x$ $90 \text{ km} = x$ $x = 90 \text{ km (lungimea drumului)}$ $x + x + 90 \text{ km} = 3x$
3p	2. Fie numerele $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 39$ și $y = \left(\frac{6}{\sqrt{63}} - \frac{4}{\sqrt{112}} + \frac{6}{\sqrt{28}} \right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{7}} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$. a) Arătați că $y = \frac{1}{4}$. $y = \left(\frac{6}{3\sqrt{7}} - \frac{4}{4\sqrt{7}} + \frac{6}{2\sqrt{7}} \right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{1}{8}$ $y = \left(\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} + \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \right) \cdot \frac{1}{16}$ $y = (2 - 1 + 3) \cdot \frac{1}{16}$ $y = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$
2p	b) Aflați media geometrică a numerelor x și y $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 39 = \left(\frac{39 + 1}{2} \right)^2 = 20^2 = 400$ $m_g = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{400 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{100} = 10$

2p 3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$.

a) Calculați $f(-1) - f(0)$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1) - 6 = -3 - 6 = -9$$

$$f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = 0 - 6 = -6$$

$$f(-1) - f(0) = -9 - (-6) = -9 + 6 = -3$$

3p b) Dacă A și B sunt punctele de intersecție cu axa Ox respectiv axa Oy, aflați aria triunghiului AOB.

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline f(x) & -6 & 0 \end{array}$$

$$A(2, 0) \Rightarrow AO = 2u$$

$$B(0, -6) \Rightarrow BO = 6u$$

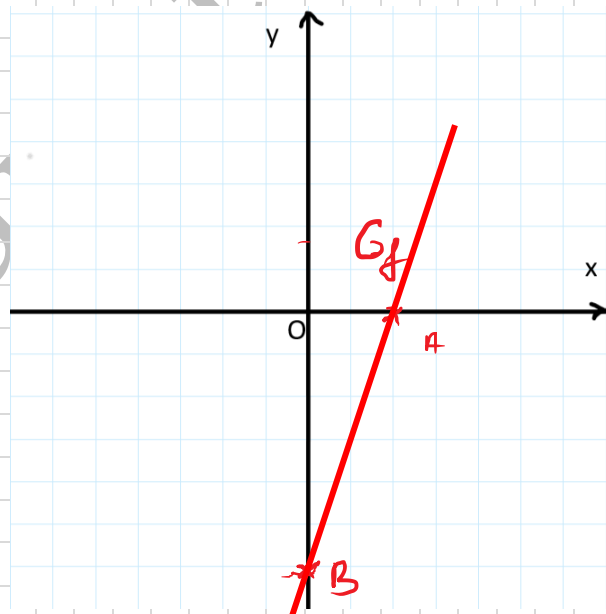
$$f(x) = 0$$

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$Ox \perp Oy \Rightarrow \Delta AOB$ dreptunghi

$$A_{\Delta AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{2u \cdot 6u}{2} = 6u^2$$



3p 4. În triunghiul ABC de mai jos $\angle A = 90^\circ$, $BM = 13$ cm, $AB = 12$ cm și $BC = 20$ cm unde $M \in AC$.

a) Aflați lungimea segmentului MC

în ΔBAM din A $\perp$

$$AM^2 = BM^2 - BA^2$$

$$AM^2 = 13^2 - 12^2$$

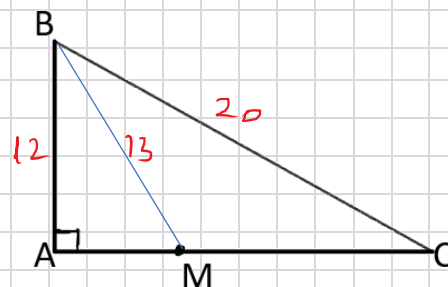
$$AM = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

în ΔBAC din A $\perp$

$$AC^2 = BC^2 - BA^2$$

$$AC^2 = 20^2 - 12^2$$

$$AC = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16 \text{ (cm)}$$



$$MC = AC - AM = 16 - 5 = 11 \text{ (cm)}$$

2p

b) Demonstrați că $\sin \angle MBC < \frac{3}{5}$

$$A_{\triangle BMC} = \frac{MC \cdot AB}{2} = \frac{11 \cdot 12}{2} = 66 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_{\triangle BMC} = \frac{BM \cdot BC \cdot \sin \angle MBC}{2}$$

$$66 = \frac{13 \cdot 20 \cdot \sin \angle MBC}{2}$$

$$\sin \angle MBC = \frac{66 \cdot 2}{130} = \frac{33}{65} < \frac{39}{65} = \frac{3}{5}$$

2p

5. În figura de mai jos ABCD este dreptunghi cu $AB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ și $AD = 12 \text{ cm}$ iar BEC este un triunghi echilateral. Punctul M este mijlocul lui BC iar $P = AE \cap BC$.

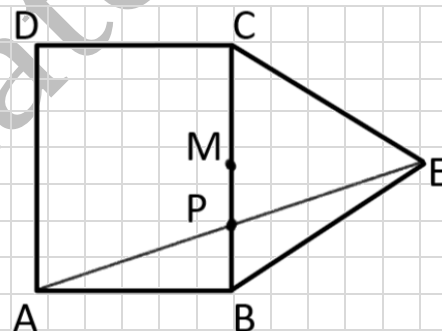
a) Arătați că aria poligonului ABECD este $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$$A_{ABECD} = A_{ABCD} + A_{BEC}$$

$$A_{ABECD} = 72\sqrt{3} + 36\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCD} = L \cdot l = 6\sqrt{3} \cdot 12 = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A_{BEC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



3p

b) Demonstrați că $CM = 2MP$

$$\begin{aligned} M \text{ mijl. } BC &\Rightarrow EM \text{ mediană } \triangle BEC \text{ echilat} \Rightarrow EM \perp BC \\ &\Rightarrow OM \text{ mediană } \triangle BOC \text{ isoscel} \Rightarrow OM \perp BC \end{aligned} \Rightarrow EM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \Rightarrow E, M, O, \text{ coliniare.}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABP & \triangle EMP \quad \angle APB = \angle EPM \quad \text{C.U.} \\ \triangle EMP & \triangle ABP \quad ME = AB \quad \Rightarrow \triangle EMP \cong \triangle ABP \Rightarrow EP = AP \Rightarrow P \text{ mijl. } AE \end{aligned}$$

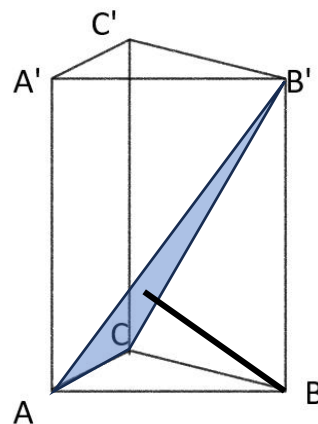
$$\begin{aligned} EO & \text{ mediană în } \triangle AEC \\ CP & \text{ mediană în } \triangle AEC \end{aligned} \Rightarrow M \text{ centru de greutate în } \triangle AEC$$

$$EO \cap CP = \{M\} \Rightarrow CM = 2MP$$

- 2p 6. În figura de mai jos este reprezentată o prismă triunghiulară regulată cu $AB = 12$ cm și $AA' = 8\sqrt{3}$ cm.

a) Aflați suma tuturor muchiilor prisme

$$S_m = 3 \cdot m + 6 \cdot l = 3 \cdot 8\sqrt{3} + 6 \cdot 12 \\ = 24\sqrt{3} + 72 \text{ (cm)}$$



- 3p b) Arătați că distanța de la B la planul $(A'B'C')$ este $\frac{24\sqrt{3}}{5}$ *$V_{B'ABC}$ piramidă*

$$V_{B'ABC} = \frac{A_{B'AC} \cdot d(B, (B'AC))}{3} \leftarrow$$

$$A_{ABC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$$

$$V_{B'ABC} = \frac{A_{ABC} \cdot B'B}{3} = \frac{36\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3}}{3} = 96 \cdot 3 = 288 \text{ cm}^3$$

Se dem că $B'AC$ este isoscel și se află $B'M$ unde M mijlocul AC

$$B'M = 10\sqrt{3} \text{ apoi } A_{B'AC} = \frac{AC \cdot B'M}{2} = 60\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$288 = \frac{60\sqrt{3} \cdot d(B, (B'AC))}{3}$$

$$288 = 20\sqrt{3} \cdot d(B, (B'AC)) \Rightarrow d(B, (B'AC)) = \frac{288}{20\sqrt{3}} = \frac{72}{5\sqrt{3}} = \frac{72\sqrt{3}}{5 \cdot 3} = \frac{24\sqrt{3}}{5}$$