Simulare Evaluare Națională 2020

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $4^3 : 4 - 2^4$ este egal cu ... .

5p **2.** Dacă $\frac{12-a}{8}=\frac{5}{4}$, atunci numărul a este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr natural din intervalul $[-3, 4)$ este egal cu ... .

5p **4.** Măsura unui unghi exterior al unui triunghi echilateral este egală cu ...$^\circ$

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat *ABCD*. Măsura unghiului determinat de dreptele *AD* și *BC* este egală cu ...$^\circ$.

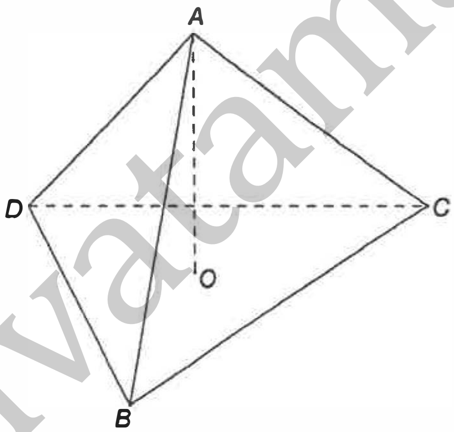
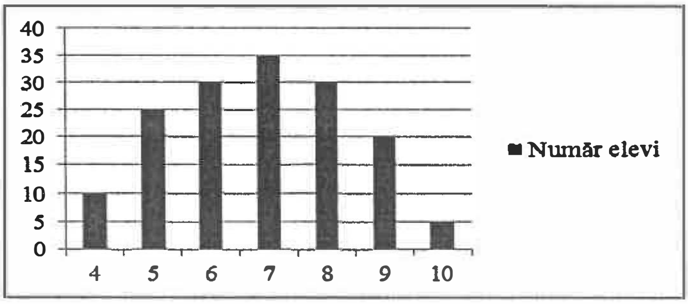


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiția elevilor claselor a VIII-a dintr-o școală, în funcție de notele obținute la testul de evaluare inițială la matematică pe semestrul I.



Numărul elevilor a căror notă la acest test este un multiplu de trei este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p 1. Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic *ABCDEFGH*.

5p 2. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$, cu $a \geq b > 0$, dacă $\left(\overline{ab}\right)^2 - \left(\overline{ba}\right)^2$ are cel mult două cifre.

5p 3. Un turist parcurge un traseu în trei zile. El merge în prima zi $0,(4)$ din lungimea traseului, a doua zi 60% din rest şi în a treia zi ultimii 4 km. Determinaţi lungimea acestui traseu.

4. Se consideră numerele reale *a* şi *b*, astfel încât $a = \sqrt{2}$ şi $b = \sqrt{3}$.

5p a) Arătaţi că $b^{2a^2} > a^{2b^2}$.

5p b) Demonstraţi că $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b}} = \sqrt{6}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x^3 + x^2 - x + 2$, unde *x* este număr real. Determinaţi numerele reale *a*, *b* şi *c* astfel încât $E(x) = (x+2)\cdot\left(ax^2 + bx + c\right)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat rombul *ABCD* cu centrul *O* şi $AB = 7$cm. Punctele *E*, *F* şi *C* sunt situate de aceeaşi parte a dreptei *BD*. Punctele *F* şi *E* se află de o parte şi de alta a dreptei *AC*, astfel încât triunghiurile *DOE* şi *COF* sunt echilaterale.

5p a) Calculaţi perimetrul rombului *ABCD*.

5p b) Demonstraţi că segmentele *EF* şi *AB* sunt congruente.

5p c) Demonstraţi că dacă aria triunghiului *BED* este 75% din aria rombului *ABCD*, atunci *B*, *C*, *E* şi *F* sunt puncte coliniare.

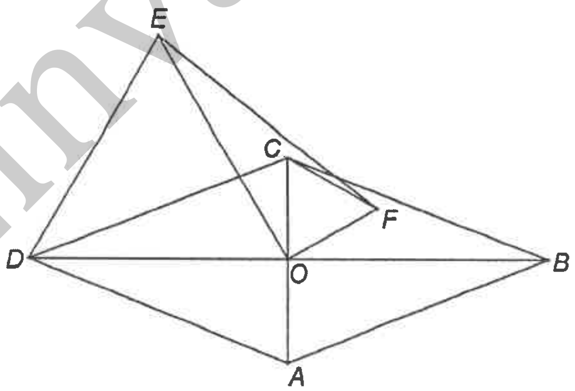


Figura 2

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramida patrulateră regulată *VABCD*, cu centrul bazei sale în *O* şi $AB = 6$ cm. Centrul de greutate al feţei *VBC* este *Q*, mijlocul muchiei *BC* este *M*, iar punctul *P* este situat pe segmentul *OM* astfel încât $MO = 3 \cdot OP$.

5p a) Calculaţi aria patrulaterului *ABCD*.

5p b) Demonstraţi că dreapta *PQ* este paralelă cu planul (VAD).

5p c) Demonstraţi că dacă triunghiul *ADQ* este echilateral, atunci triunghiul *VAB* este echilateral.

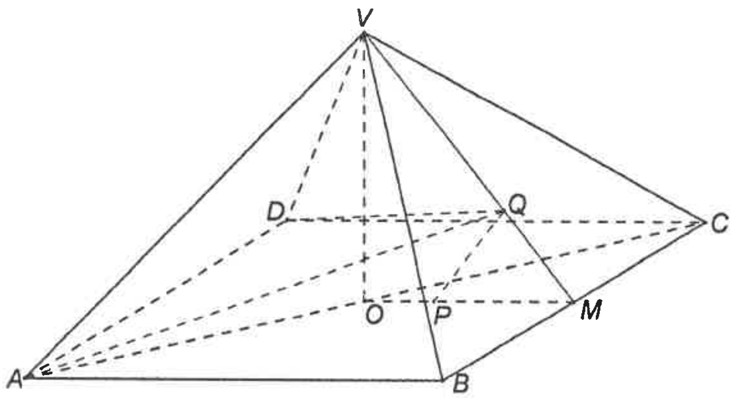


Figura 3

Simulare Evaluare Naţionala 2020

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 1

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea si SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	2	**5p**
3.	0	**5p**
4.	120	**5p**
5.	90	**5p**
6.	50	**5p**

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	**4p** **1p**
2.	$\left(\overline{ab}\right)^2-\left(\overline{ba}\right)^2=\left(\overline{ab}-\overline{ba}\right)\cdot\left(\overline{ab}+\overline{ba}\right)=99\cdot(a+b)(a-b)$	**2p**
	$\left(\overline{ab}\right)^2-\left(\overline{ba}\right)^2$ are cel mult 2 cifre $\Rightarrow a=b$ sau $(a+b)(a-b)=1\Rightarrow a=b$ sau $a=1, b=0$	**2p**
	Deoarece $b\neq 0\Rightarrow \overline{ab}\in\{11,22,33,44,55,66,77,88,99\}$	**1p**
3.	Se notează cu x km lungimea traseului. În prima zi turistul merge 0,(4) din x, adică $\frac{4x}{9}$ km.	**2p**
	În cea de-a doua zi turistul parcurge 60% din $\left(x-\frac{4x}{9}\right)$, adică $\frac{x}{3}$ km.	**1p**
	În cea de-a treia zi turistul parcurge $x-\left(\frac{4x}{9}+\frac{x}{3}\right)=\frac{2x}{9}$ km	**1p**
	$\frac{2x}{9}=4\Rightarrow x=18$ km	**1p**

4.	**a)** $b^{2a^2}=9$	
	$a^{2b^2}=8$	1p
		2p
	$9>8 \Rightarrow b^{2a^2}>a^{2b^2}$	2p
	b) $\sqrt{2a^2 \mp 2b}=\sqrt{3}\mp 1$	2p
	Finalizare	3p
5.	$E(x)=(x+2)(x^2-x+1)$	4p
	$a=c=1, b=-1$	1p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ romb $\Rightarrow P_{ABCD}=4\cdot AB$ cm	3p
	$P_{ABCD}=28\text{cm}$	2p
	b) $ABCD$ romb $\Rightarrow AC\perp BD$, $\triangle DEO, \triangle CFO$ echilaterale $\Rightarrow \sphericalangle EOD \equiv \sphericalangle COF$ și $EO=DO$, $FO=CO$	1p
	$\sphericalangle EOD$, $\sphericalangle COE$ complementare și $\sphericalangle EOD \equiv \sphericalangle COF \Rightarrow \sphericalangle COE, \sphericalangle FOC$ complementare $\Rightarrow \sphericalangle EOF$ drept	2p
	$EO=DO,\ FO=CO \Rightarrow \Delta EOF \equiv \Delta DOC (C.C.) \Rightarrow EF=DC=AB$	2p
	c) $EO=DO=\frac{BD}{2} \Rightarrow \Delta BED$ dreptunghic, cu vârful unghiului drept în E	1p
	$A_{BDE}=\frac{3}{4}\cdot A_{ABCD} \Leftrightarrow BE=3CO$ și $tg60^\circ = tg\sphericalangle ODE=\frac{BE}{DE}=\frac{BE}{DO}=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{DO}{CO}=\sqrt{3}$	
	$\Rightarrow tg\sphericalangle DCO=\sqrt{3} \Rightarrow m(\sphericalangle DCO)=m(\sphericalangle BCO)=60^\circ$	2p
	$m(\sphericalangle OCB)=m(\sphericalangle OCF)=60^\circ \Rightarrow F\in BC$, $m(\sphericalangle OBC)=m(\sphericalangle OBE)=30^\circ \Rightarrow E\in BC$	2p
2.	**a)** $ABCD$ pătrat $\Rightarrow A_{ABCD}=AB^2$	3p
	$A_{ABCD}=36\text{ cm}^2$	2p
	b) M, O și N sunt puncte coliniare, unde N este mijlocul lui (AD) și $MO=3\cdot OP \Leftrightarrow \frac{NP}{MP}=2$	
	Q este centrul de greutate al $\Delta VBC \Rightarrow \frac{VQ}{MQ}=2=\frac{NP}{MP} \Rightarrow PQ \parallel VN$	2p

			1p
		$PQ \parallel VN, VN \subset (VAD), PQ \not\subset (VAD) \Rightarrow PQ \parallel (VAD)$	2p
		c) $MN = AB = 6$ cm şi fie $S \in MN$ astfel încât $QS \perp MN$; $QS \parallel VO \Rightarrow \Delta MSQ \sim \Delta MOV \Rightarrow$ $\frac{QS}{VO} = \frac{MS}{MO} = \frac{MQ}{MV} = \frac{1}{3} \Rightarrow MS = 1$ cm, deci $NS = 5$cm ; ΔADQ isoscel; teorema lui Pitagora în ΔSQN şi în ΔQNA $\Rightarrow AQ^2 = AN^2 + NS^2 + SQ^2 = 34 + QS^2$. $QA = 6$cm $\Rightarrow QS = \sqrt{2}$ $\Rightarrow VO = 3\sqrt{2} = \frac{AC}{2} \Rightarrow \Delta VAC$ dreptunghic	4p
		$\Delta VAC \equiv \Delta BAC (I.U.) \Rightarrow VA = AB = 6$ cm, deci triunghiul VAB este echilateral.	1p