

Arbore parțial de cost minim

1. Algoritmul lui Kruskal – număr mic de muchii
2. Algoritmul lui Prim – număr mare de muchii

Ambii algoritmi utilizează metoda Greedy

1. Algoritmul lui Kruskal – număr mic de muchii

Datele grafului ponderat sunt memorate în vector de muchii.

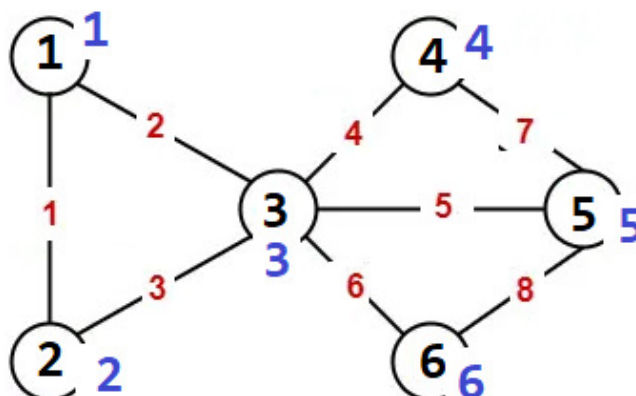
Se consideră inițial că fiecare nod face parte dintr-un APM ($t[i]$ este i)

Muchiile sunt sortate crescător după cost.

Se alege prima muchie. Costul ei este adăugat la costul total al APM.

Se parcurge vectorul de muchii sortat până în momentul în care am ales $n-1$ muchii.

O muchie parcursă este aleasă să participe la crearea APM dacă are extremitățile plasate în arbori separați (distincti). Pentru fiecare muchie plasată în APM se actualizează etichetele vectorului de tați.



```

ifstream f("kruskal.in");
ofstream g("kruskal.out");
struct muchie
{
    int i,j,c;
}x[5000];

int n , m , t[105],v[5000];

int main()
{
    f>> n >> m;
    for(int i = 0 ; i < m ; ++i)
        f>>x[i].i>>x[i].j>>x[i].c;

    for(int i = 0 ; i < m - 1; i++)
        for(int j = i + 1 ; j < m ; ++j)
            if(x[i].c> x[j].c)
                swap(x[i],x[j]); // sortare muchii

    for(int i = 1 ; i <= n ; ++i) t[i] = i;
    int S = x[0].c; v[0]=1;
    t[x[0].i]=t[x[0].j]; // am ales prima muchie
    for(int i = 1 ; i < m ; i++)
    {
        int k1=x[i].i,k2=x[i].j; // muchia i are extremitatile k1 si k2
        if(t[k1] != t[k2]) // daca au tati diferiti, sunt in APM partiali diferiti
        {
            v[i] = 1; // marcare muchia i ca a fost plasata in APM
            S += x[i].c; // actualizare costul APM cu noua muchie
            int a= t[k1];
            int b= t[k2];
            for(int j = 1 ; j <= n ; ++j) // toate nodurile ce se afla in APM b sunt trecute in APM a
                if(t[j] == b)
                    t[j] = a;
        }
    }
    g << S << ' ';
    for(int i = 0 ; i < m ; ++i)
        if(v[i] == 1)
            g<<x[i].i<<" "<<x[i].j<<" ";
    return 0;
}

```

Fig. 1 cod sursă algoritmul lui Kruskal

**Obs. Îmbunătățire cod astfel încât să se incheie după alegerea a n-1 muchii.*

1. Algoritmul lui Prim – număr mare de muchii

Datele grafului sunt stocate în matricea ponderilor (0, infinit sau cost).

Putem plasa pentru început nodul 1 în APM (în final în APM oricum vom avea toate nodurile. Deci este irelevant cu ce nod începem construcția APM).

Căutăm cel mai apropiat nod p de nodul 1 din APM. Acesta este plasat în APM

Căutăm cel mai apropiat nod p de unul din cele 2 noduri existente în APM. Este plasat în APM

Căutăm cel mai apropiat nod p de unul din cele 3 noduri din APM etc.

Pentru fiecare nod p anterior determinat trebuie actualizat vectorul distanțelor nodurilor i ce nu au fost încă plasate în APM

Var. I

```

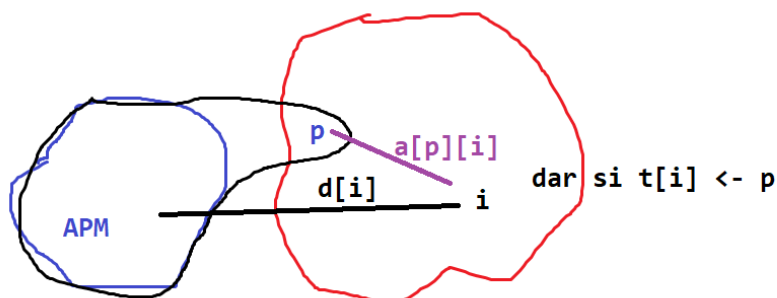
using namespace std;
ifstream f("prim.in");
ofstream g("prim.out");
int n , a[105][105], v[105], t[105];
int main()
{
    int i , j , c , m,x,y,S=0;
    f >> n >> m;
    for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
        for(j = 1 ; j <= n ; ++j)
            if(i!=j) a[i][j] = INF;
    while( m --)
    {
        f >> x >> y >> c;
        a[x][y] = a[y][x] = c;
    }
    for(i = 2 ; i <= n ; i ++ )
        t[i] = 1;
    v[1] = 1;    t[1] = 0;
    for(int k = 2 ; k <= n ; ++k)
    {
        int p = -1,q, dist=INF;
        for(i = 1 ; i <= n ; ++i) // i este in APM
            if(v[i]==1)
                for(j=1;j<=n; j++) // j nu este in APM
                    if(v[j]==0 && a[i][j]<dist )
                        { dist=a[i][j]; p=j;q=i;}

        if(p !=-1)
        {
            v[p] = 1; S+=dist;
            t[p] = q;
        }
    }
    g << S << endl;
    for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
        g << t[i] << " ";
    return 0;
}

```

Fig 2. Cod sursa algoritmului lui Prim (Var. I)

Var. II



$d[i]$ reprezintă distanța minimă de la nodul i la un alt nod oarecare aflat deja în APM. Prin plasarea lui p în APM încercăm să actualizăm această distanță $d[i]$.

```

#include <iostream>
#include <fstream>
#define INF 1000000000
using namespace std;
ifstream f("prim.in");
ofstream g("prim.out");
int n , a[105][105], v[105], d[105], t[105];
int main()
{
    int i , j , c , m,x,y;
    f>> n >> m;
    for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
        for(j = 1 ; j <= n ; ++j)
            if(i!=j) a[i][j] = INF;// matricea costurilor. are valorile 0,INF sau costul c
    while( m --)
    {
        f >> x >> y >> c;
        a[x][y] = a[y][x] = c;
    }
    // plecare din nodul 1
    for(i = 2 ; i <= n ; i ++ )
    {
        d[i] = a[1][i]; // dăi retine cea mai scurta distanța între nodul i și nodul 1 (plasat în APM)
        t[i] = 1; // se considera ca ascendentul oricărui nod este 1
    }
    v[1] = 1; // marcare, este plasat în APM
    t[1] = 0; // 1 nu are ascendent
    d[1] = 0; // distanța de la 1 la 1 este 0
    d[0] = INF;
    for(int k = 1 ; k < n ; ++k)
    {
        int p = 0; // cautăm un nod i nevizitat și aflat la distanța cea mai mică de un nod din APM
        for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
            if(v[i] == 0 && d[i] < d[p])
                p = i; // îl reținem în p
        if(p > 0) // dacă există un nod p ce îndeplinește cerința
        {
            v[p] = 1; // este plasat în APM
            for(i = 1 ; i <= n ; ++i) // actualizăm toate nodurile neplasate în APM
                if(v[i] == 0 && d[i] > a[p][i]) //distanța de la i la APM este mai mare decât distanța
                { d[i] = a[p][i]; // de la nodul anterior ales p la el, actualizăm distanța
                  t[i] = p; } // tatăl lui i este p
        }
    }
    int S = 0;
    for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
        S += d[i]; // costul total al APM
    g << S << endl;
    for(i = 1 ; i <= n ; ++i)
        g << t[i] << " ";
    return 0;
}

```

Fig. 3 cod sursa algoritmul lui Prim (Var . II)