

ZRÓB SOBIE BRYŁKĘ

WIELOŚCIANY FOREMNE

WIELOŚCIANY FOREMNE

- **Wielościanem foremnym** (bryłą platońską) nazywamy wielościan wypukły, którego wszystkie ściany są przystającymi wielokątami foremnymi i każdy wierzchołek należy do takiej samej liczby ścian.

Jakie wielokąty mogą być ścianami wielościanu foremnego?

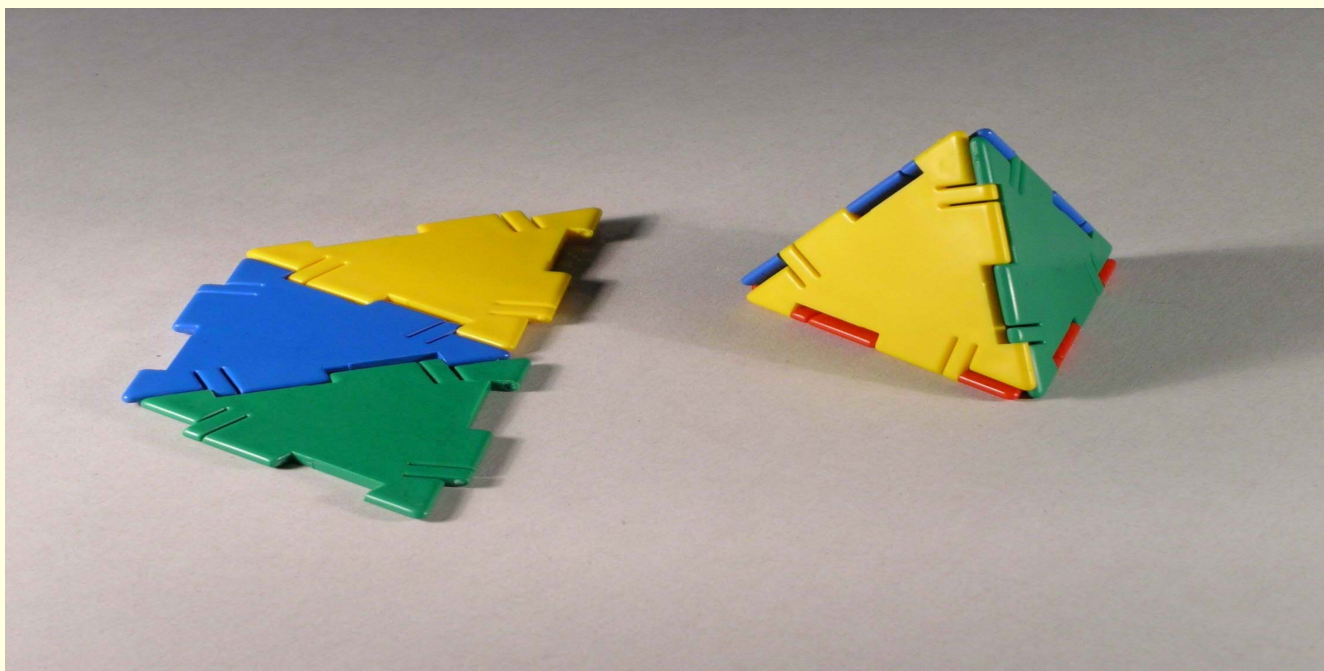
- Suma kątów płaskich spotykających się w jednym narożu musi być mniejsza niż 360 stopni.

Czy tylko pięć ?

- *Już w starożytności znano pięć takich wielościanów (wypukłych).
Zwano je **platońskimi**.
Później
w wieku XVII Johannes Kepler
i w wieku XVIII Louis Poincaré
odkryli jeszcze 4 wielościany foremne
(ale już wklęsłe) zwane wielościanami
Keplera - Poincaréa.*

Trzy trójkąty równoboczne spotykają się w wierzchołku.

$$3 \cdot \frac{\pi}{3} = \pi < 2\pi$$

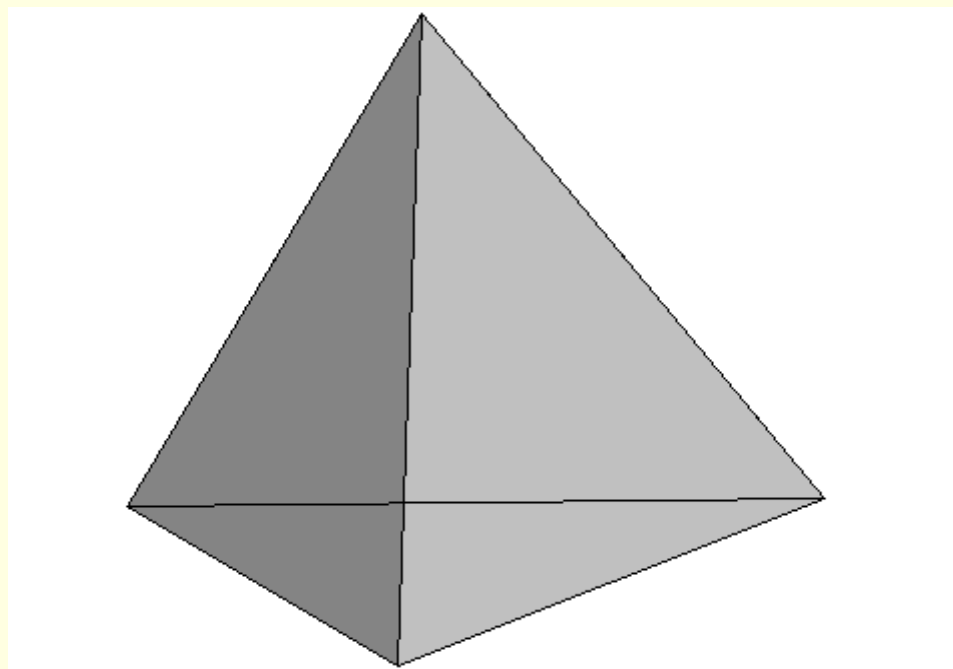


Czworościan foremny

$$P = \sqrt{3}a^2$$

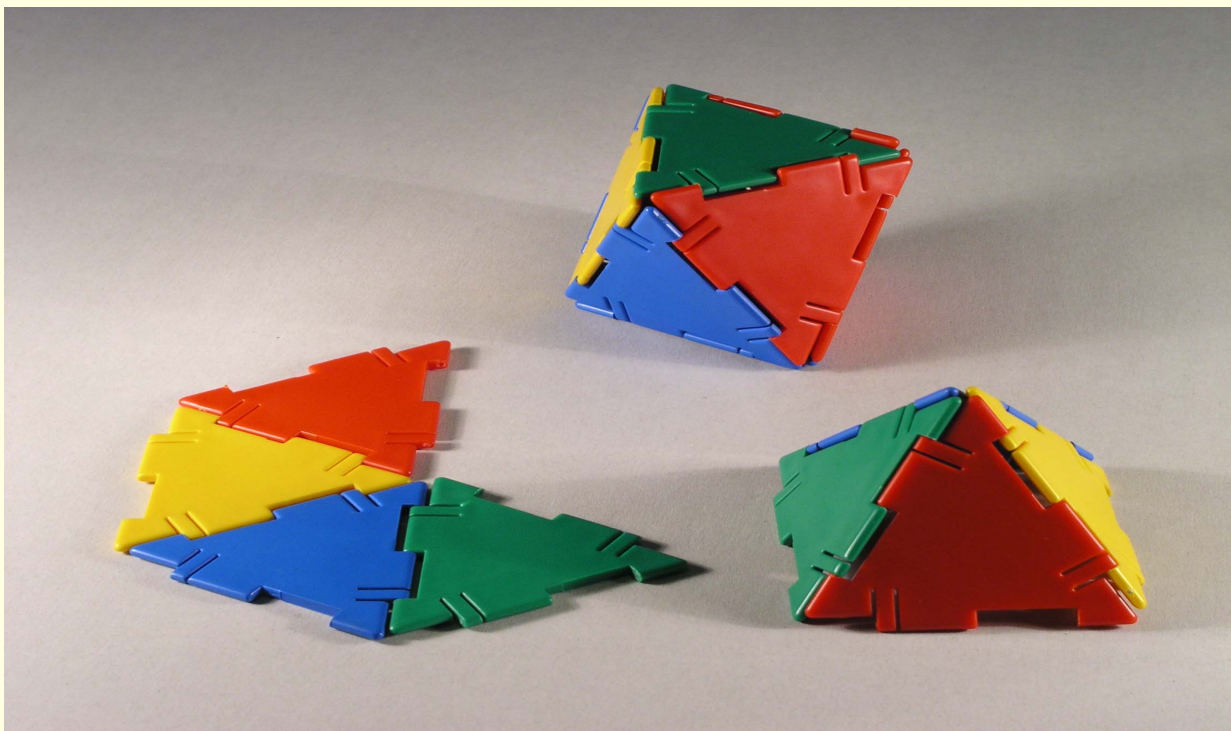
$$V = \sqrt{2} \frac{a^3}{12}$$

$$h = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$



Cztery trójkąty równoboczne
spotykają się w wierzchołku.

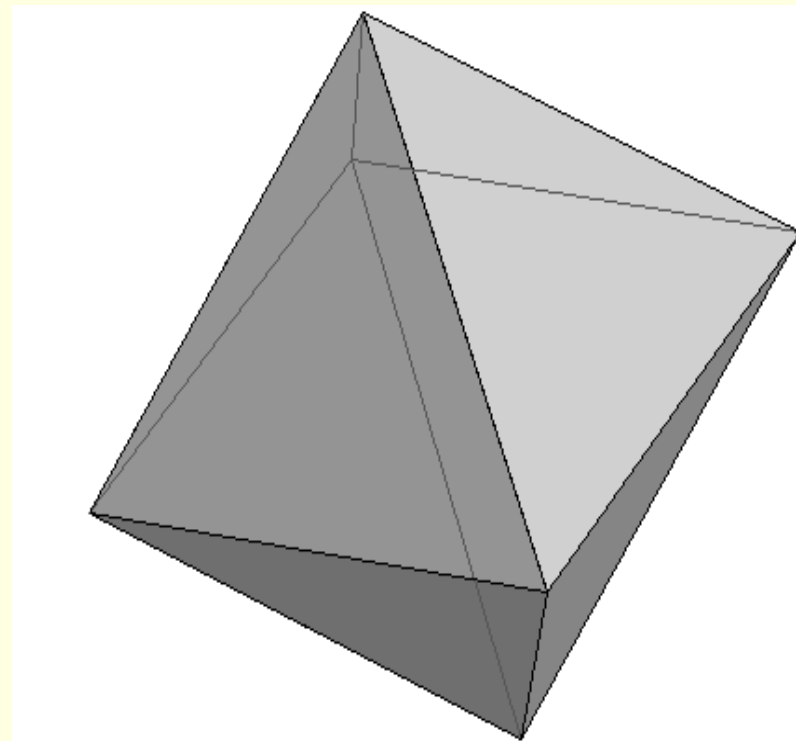
$$4 \cdot \frac{\pi}{3} < 2\pi$$



Ośmiościan foremny

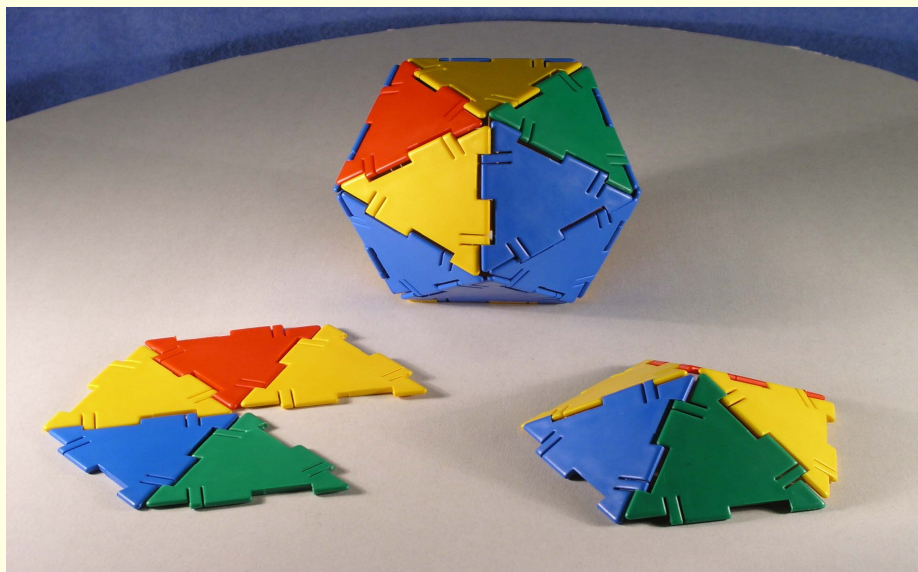
$$P = 2\sqrt{3}a^2$$

$$V = \sqrt{2} \frac{a^3}{3}$$



Pięć trójkątów równobocznych
spotyka się w wierzchołku.

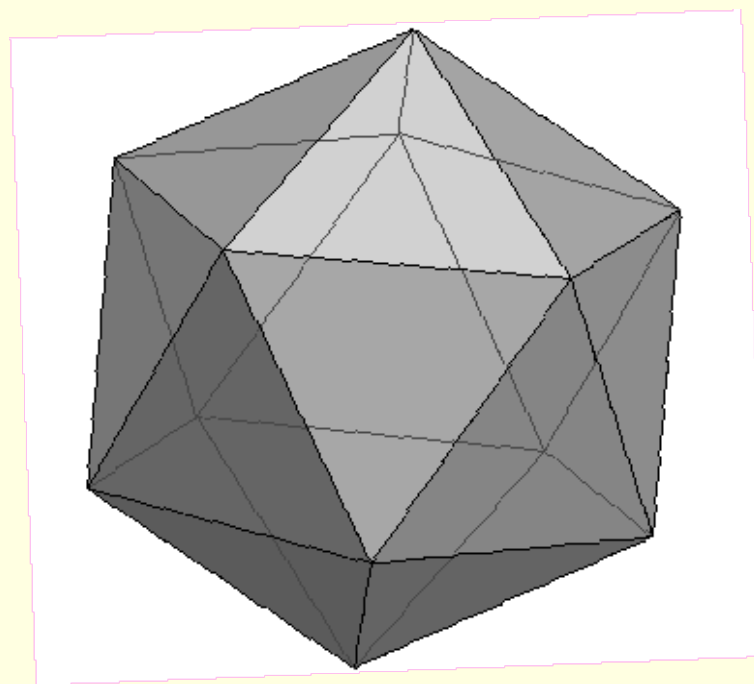
$$5 \cdot \frac{\pi}{3} < 2\pi$$



Dwudziestościan foremny (ikosaedr)

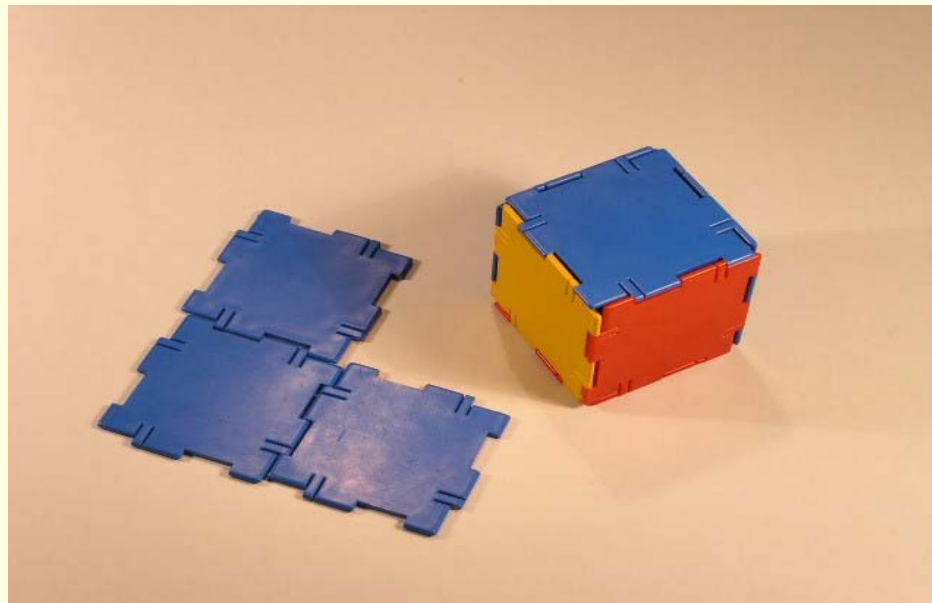
$$P = 5\sqrt{3}a^2$$

$$V = \frac{5}{12}a^3(3 + \sqrt{5})$$



Trzy kwadraty spotykają się w wierzchołku.

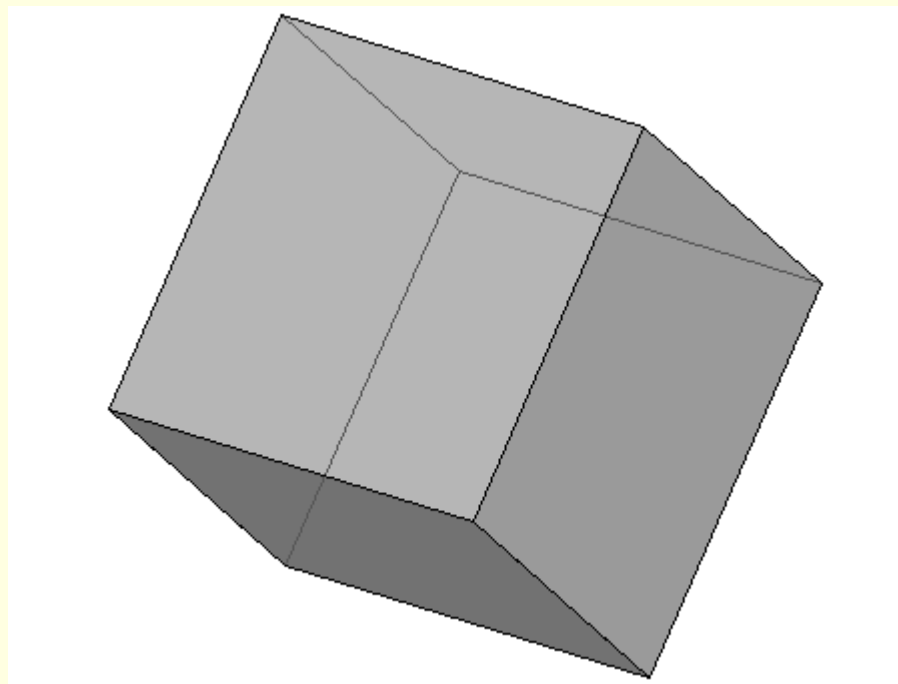
$$3 \cdot \frac{\pi}{2} < 2\pi$$



Sześcián

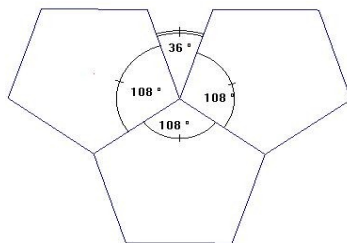
$$P = 6a^2$$

$$V = a^3$$



Trzy pięciokąty foremne spotykają się w wierzchołku.

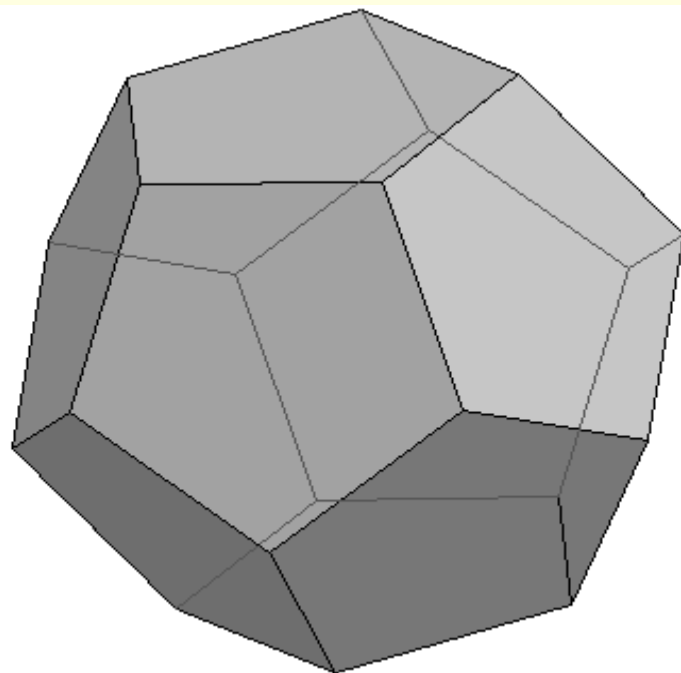
$$3 \cdot \frac{3\pi}{5} = \frac{9\pi}{5} < 2\pi$$



Dwunastościan foremny (dodekaedr)

$$P = 3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$$

$$V = \frac{1}{4}a^3(15 + 7\sqrt{5})$$



Wypukłe wielościany foremne

- Czworoscian
- Sześcián
- Ósmiościan
- Dwunastościan
- Dwudziestościan

LICZBA WIERZCHOŁKÓW, ŚCIAN I KRAWĘDZI WIELOŚCIANÓW FOREMNYCH

Nazwa wielościanu foremnego	Liczba wierzchołków W	Liczba ścian Ś	Liczba krawędzi K
Czworościan foremny	4	4	6
Sześćcian	8	6	12
Ośmiościan foremny	6	8	12
Dwunastościan foremny	20	12	30
Dwudziestościan foremny	12	20	30

Twierdzenie Eulera

- Jeśli wielościan wypukły ma **W**-wierzchołków,
Ś-ścian,
K-krawędzi, to:

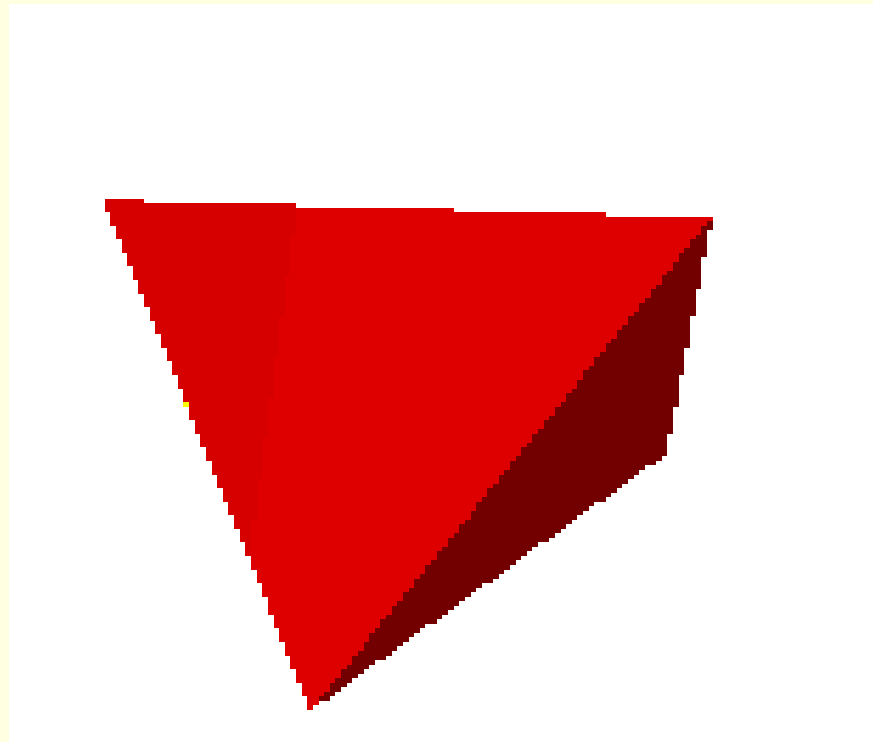
$$W - K + \acute{S} = 2$$



Wielościany dualne.

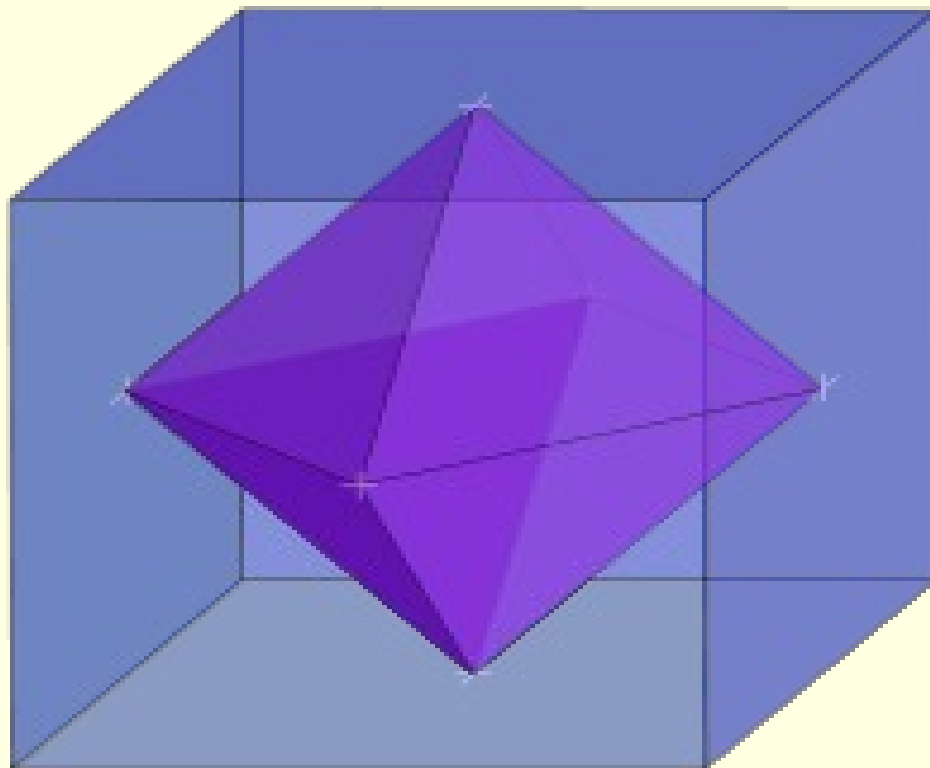
- ***Wielościan dualny W' do wielościanu W to wielościan skonstruowany w następujący sposób:***
- W środku ciężkości każdej ściany W umieszczamy wierzchołek W' .
- Jeśli dwie ściany W miały wspólną krawędź, ich środki łączymy krawędzią w W' .
- Wypełniamy powstałe brzegi wielokątów ścianami, a ograniczoną przez nie przestrzeń wnętrzem wielościanu W' .
- Powiększamy proporcjonalnie cały wielościan W' tak aby średnia odległość wierzchołków od jego środka ciężkości była identyczna jak w przypadku W .

Czworościan foremny jest dualny sam
z sobą.



Bryłą dualną względem sześcianu jest ośmiościan foremny.

- Wierzchołki ośmiościanu to środki ciężkości ścian sześcianu.



Ośmiościan jest dualny do sześciianu.
Sześciian jest dualny do ośmiościanu.

